

# High-Resolution Magnetometry with a Spinor Bose-Einstein Condensate

## スピノールBECを用いた高分解能・高感度磁気測定

M. Vengalattore, J. M. Higbie, J. Guzman,  
L. E. Sadler, and D. M. Stamper-Kurn  
Phys. Rev. Lett. **98**, 200801 (2007)

1

07-041-030 関根 佐和子 (平野研究室)

# 本論文の目的

$^{87}\text{Rb}$ ,  $F=1$ のスピンオールBECを用いて,  
高空間分解能・高感度をもつ  
磁力顕微鏡を実現すること.

# 発表の流れ

## 1. 磁力計について

1-1 磁力計の用途例

1-2 磁力計の要素

1-3 磁力計の比較

## 2. 磁場の測定方法

2-1 予備知識

2-2 Phase Contrast Imagingの原理

## 3. 実験・結果

3-1 実験手順

3-2 結果

3-3 結論

## 4. まとめ

# 1.磁気計について

# 1-1 磁力計の用途例

⇒ 生体磁気計測

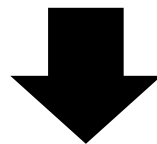
脳がつくる磁場を測定.



地図を作成.



元となる電気的な活動の位置 (=病変) を特定できる.



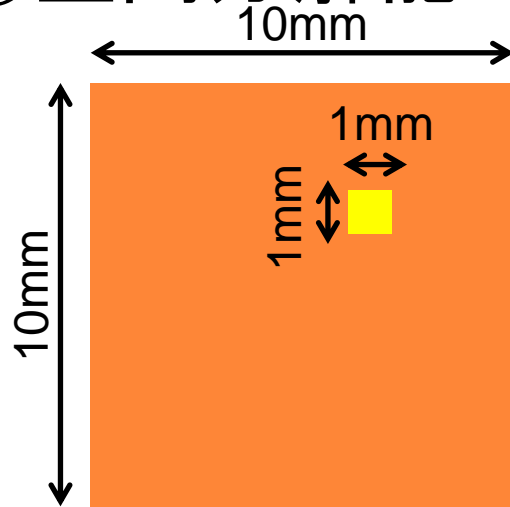
より正確に特定するためには、  
”性能の良い磁力計” が必要.

例：脳磁計（横河電気）



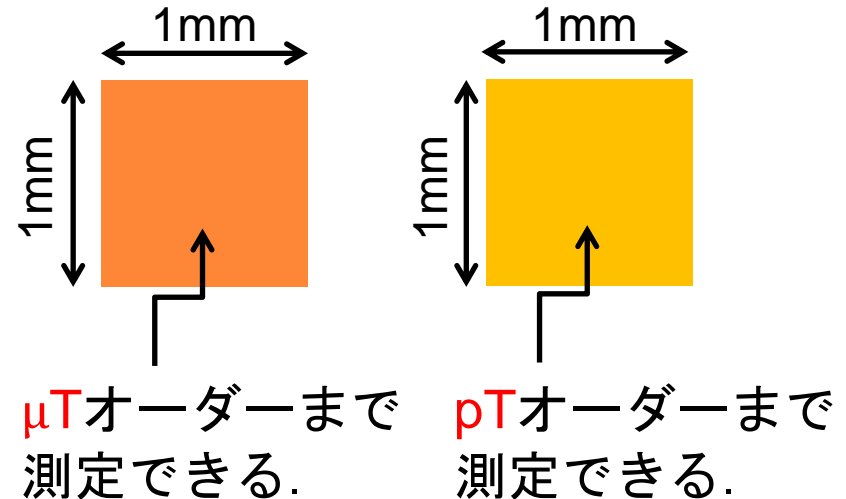
# 1-2磁気計の要素

## ①空間分解能



⇒より狭い範囲に病変があると分かる方が良い。

## ②磁場感度

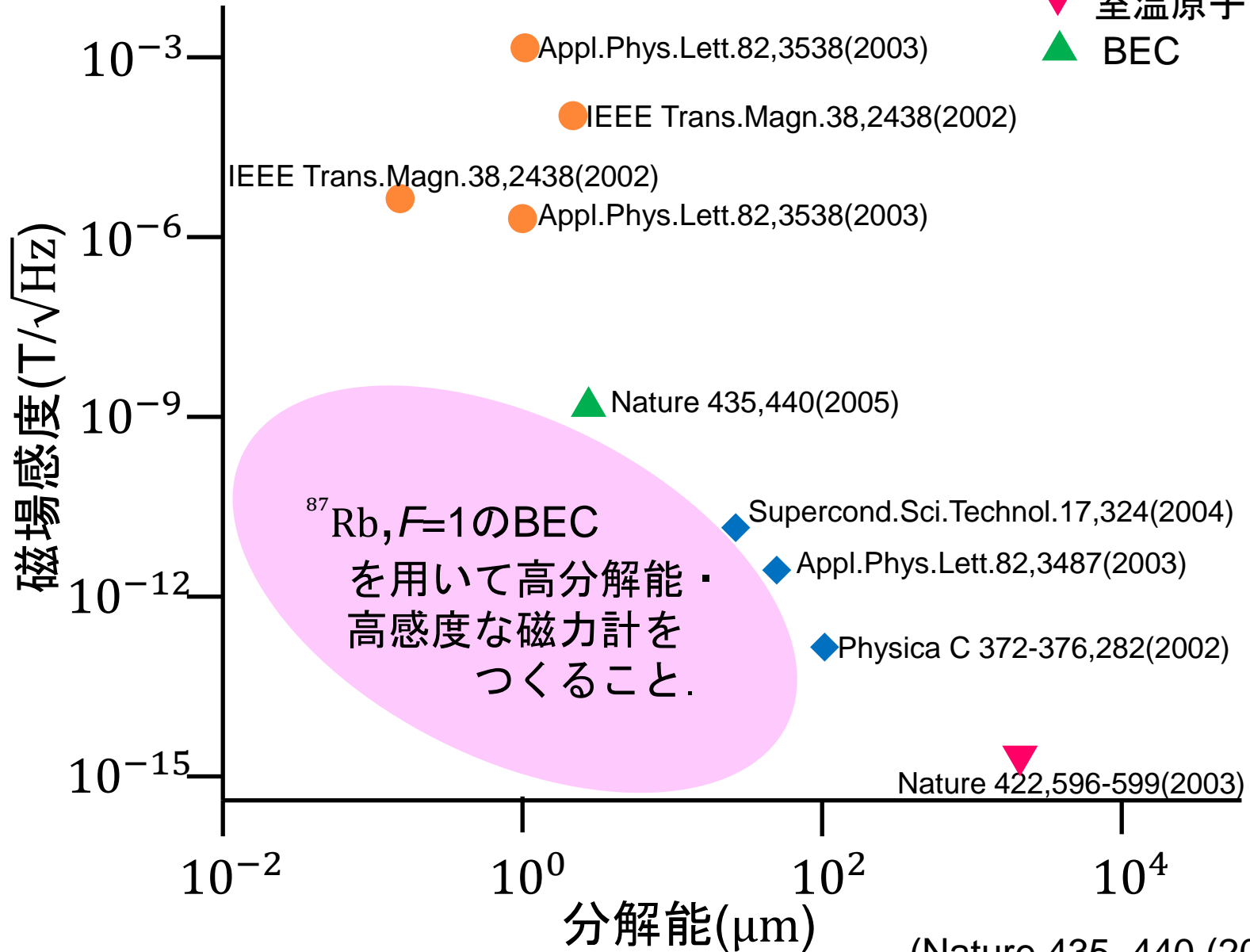


⇒より小さな磁場を測定できる方が良い。

空間分解能・磁場感度とともに高い磁気計が望ましい。

# 1-3磁気計の比較

- ホール素子
- ◆ 超伝導量子干渉計
- ▼ 室温原子ガス
- ▲ BEC



(Nature 435, 440 (2005) 引用)

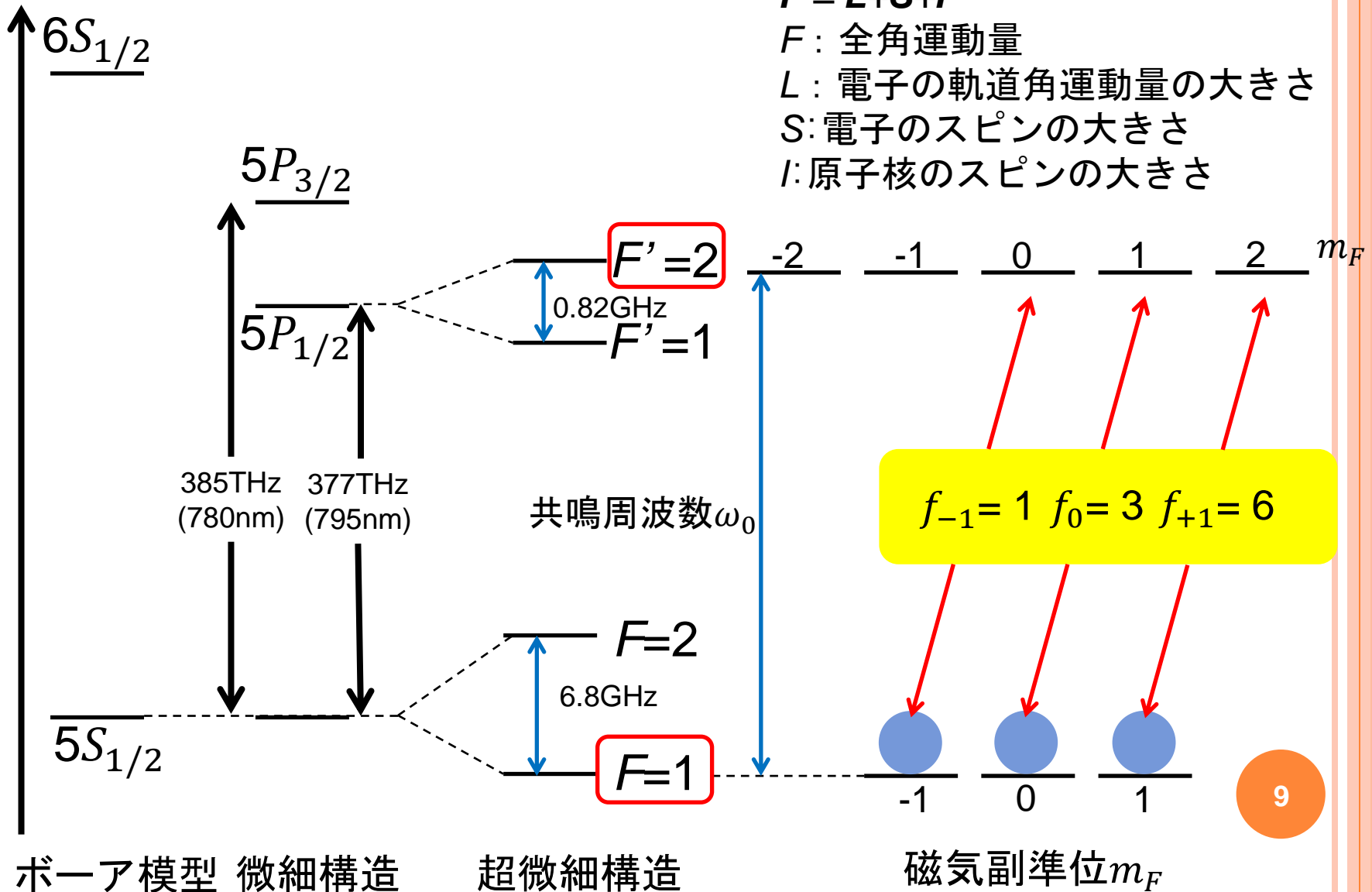
# 2. 磁場の測定方法

(Phase Contrast Imaging)



# 2-1 <sup>87</sup>Rbのエネルギー構造

周波数



# 2-1 ラーモア歳差運動(1)

⇒外部磁場 $B_0$ と磁気モーメント $\mu(t)$ によって生じる磁気モーメントの歳差運動.

運動方程式( $\gamma$ : 磁気角運動量比)

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \mu(t)}{\partial t} = \mu(t) \times B_0$$

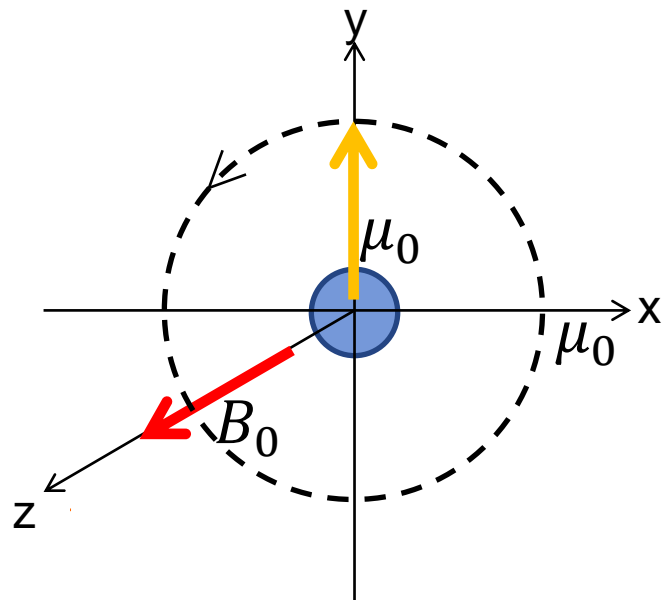
$$\mu(t) = (\mu_x(t), \mu_y(t), \mu_z(t))$$

$$B_0 = (0, 0, B_0) \quad (B_0 : \text{定数})$$

初期条件 $t=0$  ( $\mu_0$ : 定数)

$$\mu(0) = (0, \mu_0, 0)$$

$$\mu(t) = \mu_0 \begin{pmatrix} -\sin(\omega_L t) \\ \cos(\omega_L t) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \omega_L \equiv -\gamma B_0 \quad (\omega_L : \text{ラーモア周波数})$$



ラーモア周波数 $\omega_L$ が分かれば,  
外部磁場 $B_0$ が分かる.

# 2-1 ラーモア歳差運動 (2)

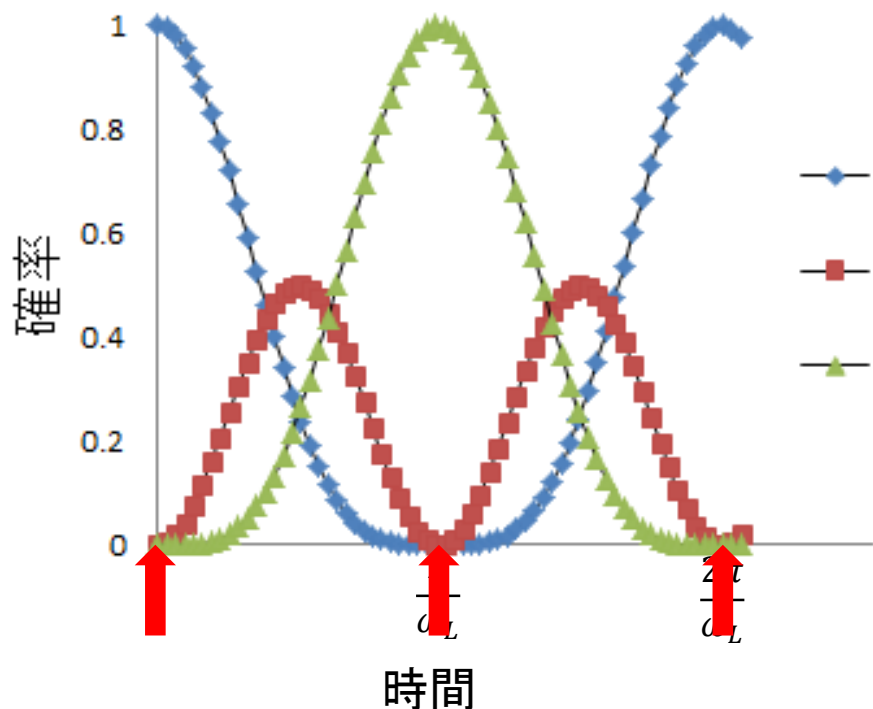
- 本論文では,  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F=1$ ,  $m_F=1, 0, -1$ を用いる.

時刻  $t$  の原子状態  $|\psi(t)\rangle$

$$|\psi(t)\rangle = C_{+1}(t) |m_F=+1\rangle + C_0(t) |0\rangle + C_{-1}(t) |-1\rangle$$

⇒ 原子状態  $|\psi(t)\rangle$  の時間発展は, 展開係数  $C_{+1}(t)$ ,  $C_0(t)$ ,  $C_{-1}(t)$  の時間発展によって決まる.

- $y$  軸に対して, 磁気モーメントが正の時  $m_F=+1$ , 負の時  $m_F=-1$  と定義する.

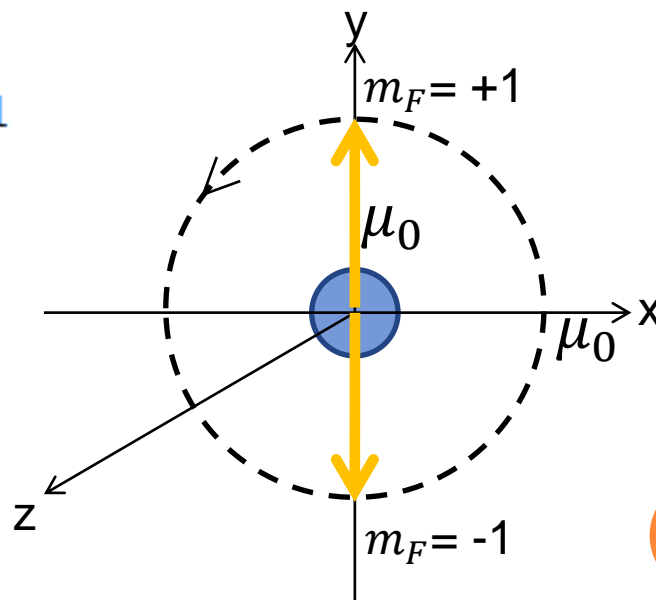


確率  $P_{m_F}(t)$

$$P_{+1}(t) = |C_{+1}(t)|^2 = \frac{1}{4}(1 + \cos \omega_L t)^2$$

$$P_0(t) = |C_0(t)|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \omega_L t$$

$$P_{-1}(t) = |C_{-1}(t)|^2 = \frac{1}{4}(1 - \cos \omega_L t)^2$$



# 2-1 ラーモア歳差運動 (2)

- 本論文では,  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F=1$ ,  $m_F=1, 0, -1$ を用いる.

時刻  $t$  の原子状態  $|\psi(t)\rangle$

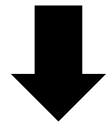
$$|\psi(t)\rangle = C_{+1}(t) |m_F=+1\rangle + C_0(t) |0\rangle + C_{-1}(t) |-1\rangle$$

⇒ 原子状態  $|\psi(t)\rangle$  の時間発展は, 展開係数  $C_{+1}(t)$ ,  $C_0(t)$ ,  $C_{-1}(t)$  の時間発展によって決まる.

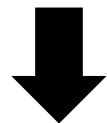
- $y$  軸に対して, 磁気モーメントが正の時  $m_F=+1$ , 負の時  $m_F=-1$  と定義する.

実験では,

このラーモア歳差運動を BEC の時間発展から測定する.



共鳴光を使う吸収 Imaging を行うと, 同一 BEC の時間発展を測定できない.



非共鳴光を使う, 非破壊測定が必要.

**(Phase Contrast Imaging)**

確率  $P_{m_F}(t)$

$$P_{+1}(t) = |C_{+1}(t)|^2 = \frac{1}{4}(1 + \cos\omega_L t)^2$$

$$P_0(t) = |C_0(t)|^2 = \frac{1}{2}\sin^2\omega_L t$$

$$P_{-1}(t) = |C_{-1}(t)|^2 = \frac{1}{4}(1 - \cos\omega_L t)^2$$

# 2-1原子の屈折率と吸収率(1)

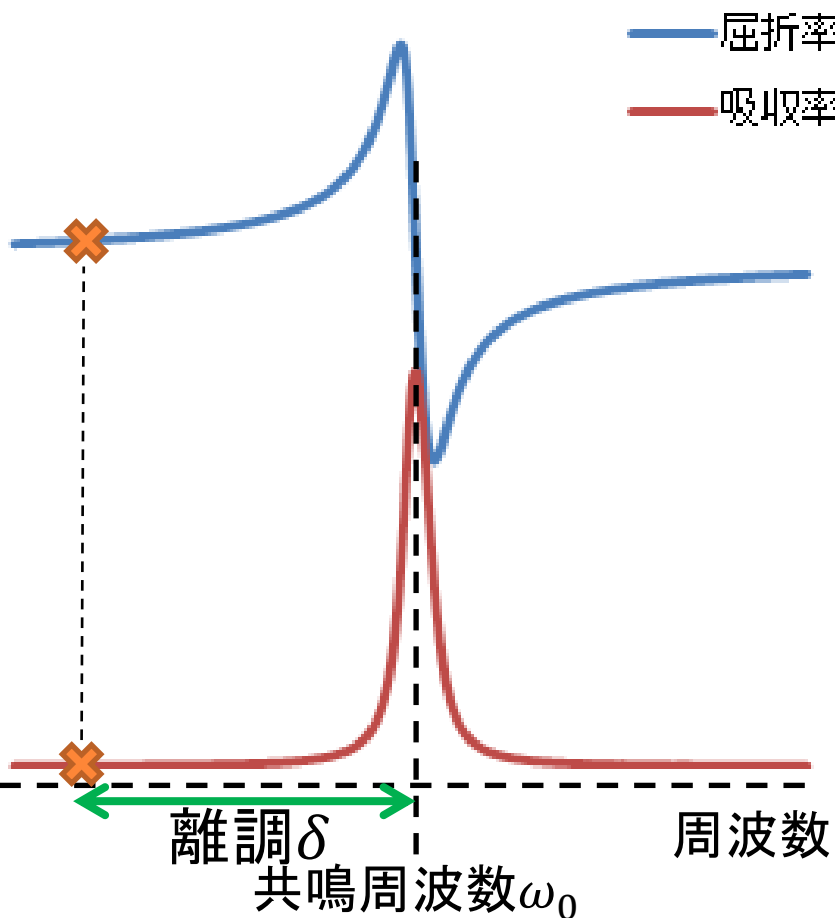
$$n(\omega) = \text{Re}\{\sqrt{1 + \chi(\omega)}\}$$

$$\kappa(\omega) = \text{Im}\{\sqrt{1 + \chi(\omega)}\}$$

$n(\omega)$ : 屈折率.

$\kappa(\omega)$ : 吸収率.

$\chi(\omega)$ : 複素電気感受率.



非破壊測定には、非共振光が必要.



共振から大きく離調をとった光は、  
非共振光とみなせる.



原子集団の屈折率

$$n_{atom} > 1$$



原子集団を通過する光  
は、  
位相が遅れる.

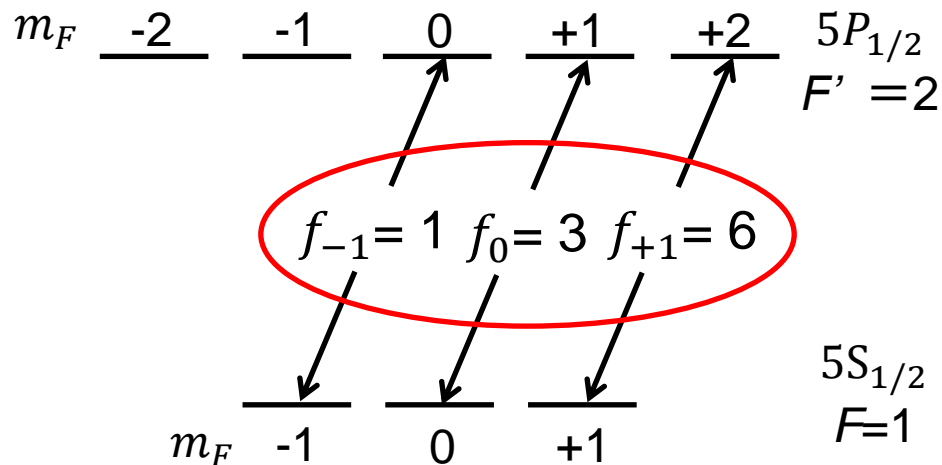
## 2-1原子の屈折率と吸収率(2)

屈折率：

$$n(\omega) = \text{Re} \sqrt{1 + \chi(\omega)}$$

$$\chi(\omega) \propto f_{m_F}$$

$\omega = \omega_0 - \delta$ に固定



遷移強度  $f_{m_F}$  によって、屈折率  $n(\omega)$  が決まる。

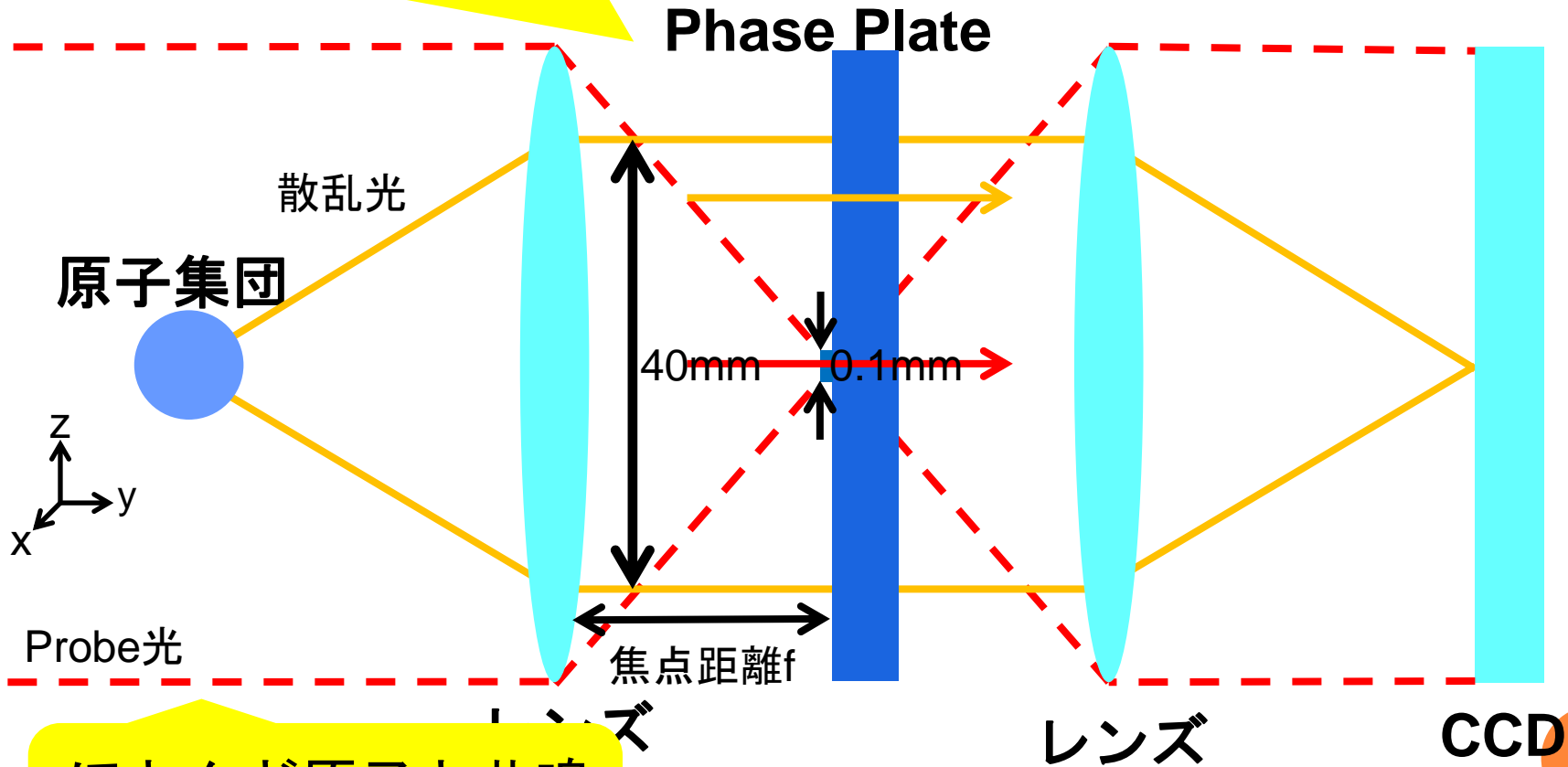
↓  
屈折率  $n(\omega)$  によって、原子を通過した光の位相の遅れ方が決まる。

↓  
もし、実験で位相の遅れが測定できれば、歳差運動をみることが出来る。

# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

～セットアップ～

散乱光に対してProbe光の位相を  
 $\pi/2$ だけ遅れさせるプレート.



ほとんど原子と共鳴  
しないProbe光.

# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

～なぜ $\pi/2$ 遅らせるのか～

CCD上での光の強度 $I$

$$I = |E_p e^{i\alpha} + E_s e^{i\phi}|^2$$
$$= |E_p|^2 + |E_s|^2 + 2E_p E_s \cos(\alpha - \phi)$$

Probe光

散乱光

$\alpha$ : Phase PlateによるProbe光の位相の遅れ.

$\phi$ : 原子集団による散乱光の位相の遅れ.

$E_p$ : Probe光の電場振幅.

$E_s$ : 散乱光の電場振幅.

$\phi \ll 1$ なので,

$$\cos(\alpha - \phi) \approx \cos\alpha + \phi \sin\alpha$$

と近似する.

Probe光は離調 $\delta$ が大きいので,  $\chi(\omega) \ll 1$ .

$$n(\omega) \approx \sqrt{1 + \chi(\omega)} \approx 1 + \frac{1}{2}\chi(\omega)$$

$$I \approx |E_p|^2 + |E_s|^2 + 2E_p E_s (\cos\alpha + \phi \sin\alpha)$$

$\alpha = \pi/2$ の時,  $\phi$ に対する強度 $I$ の変化が最大.  
Probe光の位相の遅れが $\pi/2$ となるように  
Phase Plateを設定する.



# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

～ $\alpha = \pi/2$ のPhase Plateを設置した時～

CCD上での光の強度 $I$

$$I \approx |E_p|^2 + |E_s|^2 + 2E_p E_s \phi$$

$\alpha$  : Phase PlateによるProbe光の位相の遅れ.

$\phi$  : 原子集団による散乱光の位相の遅れ.

$E_p$  : Probe光の電場振幅.

$E_s$  : 散乱光の電場振幅.

⇒位相の遅れ $\phi$ によって、光の強度が決まる.

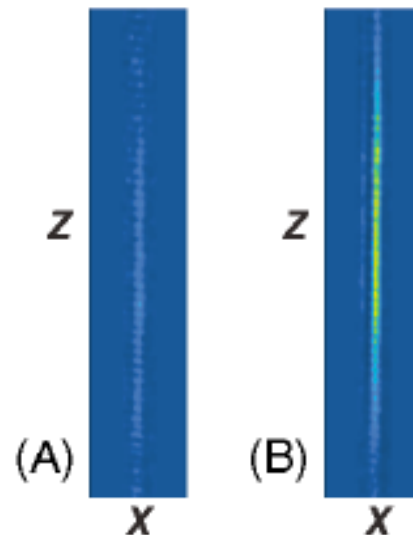
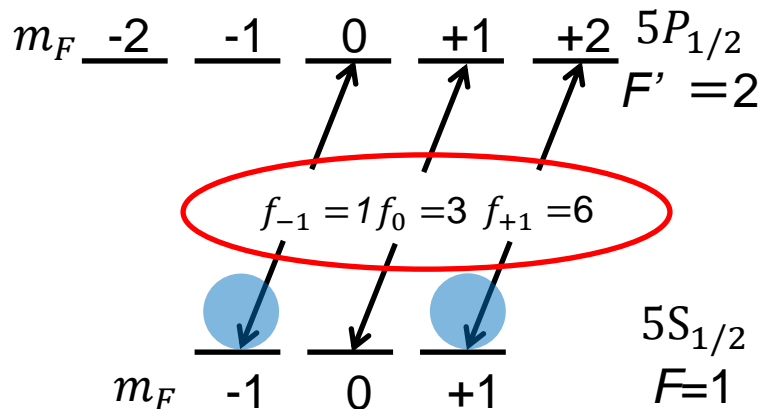
⇒位相の遅れ $\phi$ は、原子集団の屈折率 $n(\omega)$ で決まる.

⇒遷移強度 $f_{m_F}$ によって、CCD上での光の強度 $I$ が決まる.

$$\chi(\omega) \ll 1$$

$$n(\omega) \approx 1 + \frac{1}{2} \chi(\omega)$$

$$2(n(\omega) - 1) = \chi(\omega) \propto f_{m_F}$$



CCD上でのBECの画像.

(A)  $m_F = -1$

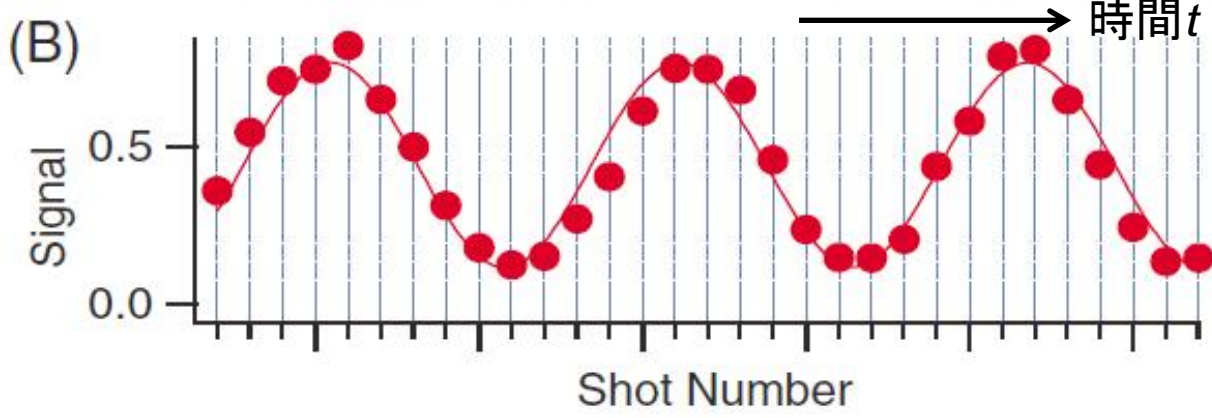
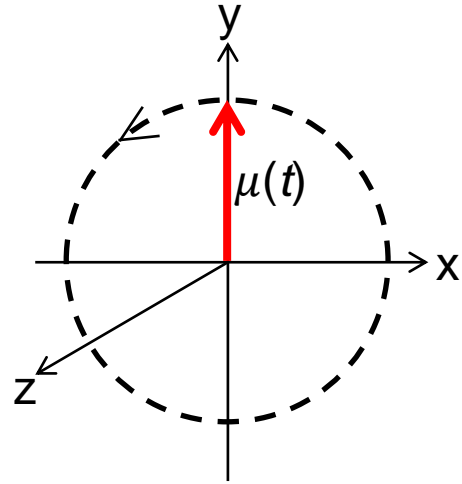
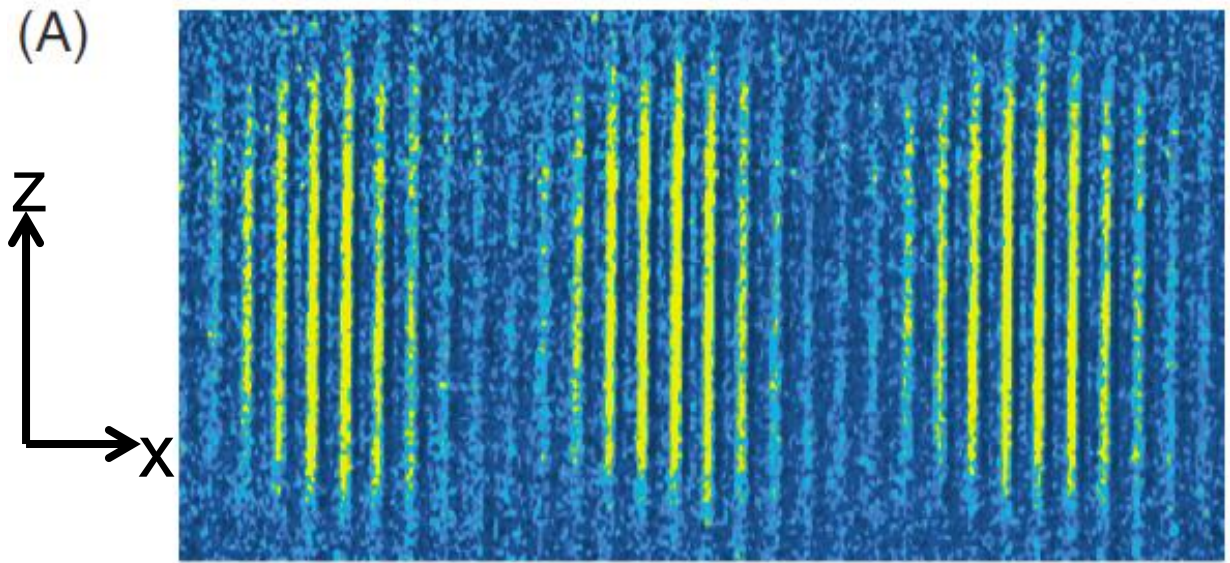
(B)  $m_F = +1$

# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

- (A) CCD上での光の強度分布
- (B) 強度の最大値のプロット

~結果例~

$$\omega_L = -\gamma B_0$$



frame-shifting time : 50 $\mu$ s  
測定時間  $t$  : 1.5ms

# 3. 実験・結果

# 3-1 実験手順 (おおまかな)

① 光トラップ中にBECを準備.



局所的な”磁場”を当てる.

② 実験操作

rf(ラジオ波)のパルスを当てる.



③ 磁気モーメントがラーモア歳差運動を始める.

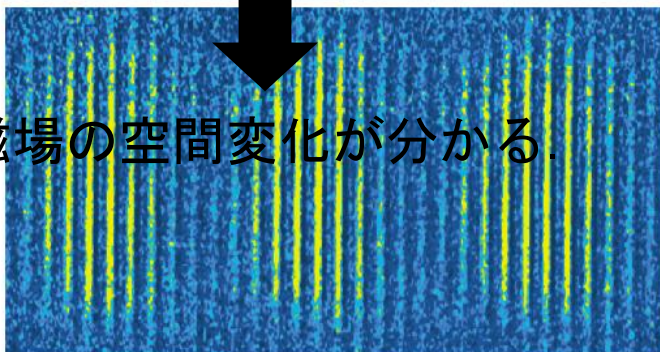


④ Phase Contrast Imagingで歳差運動を測定.

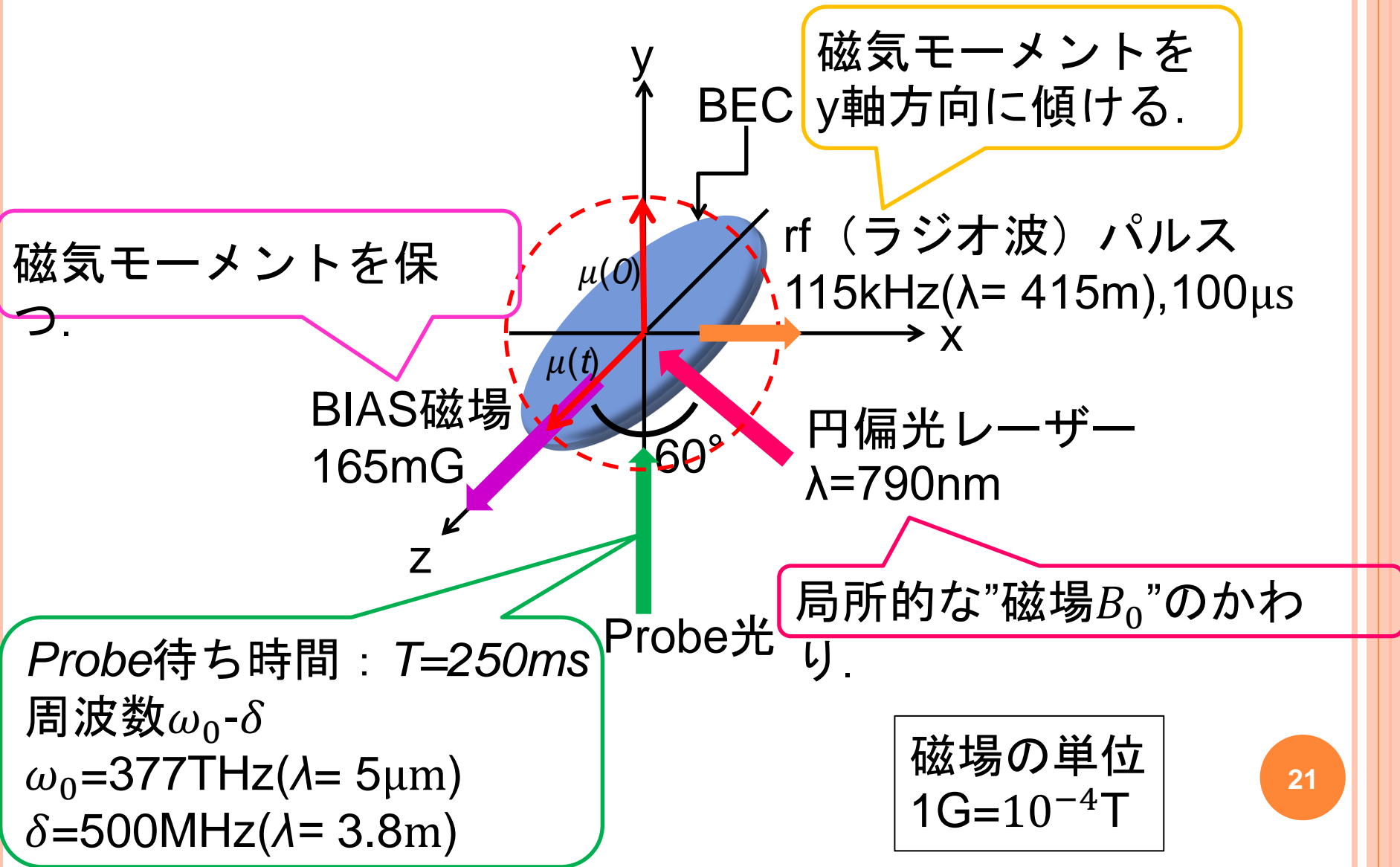
(A)



⑤ 磁場の空間変化が分かる.

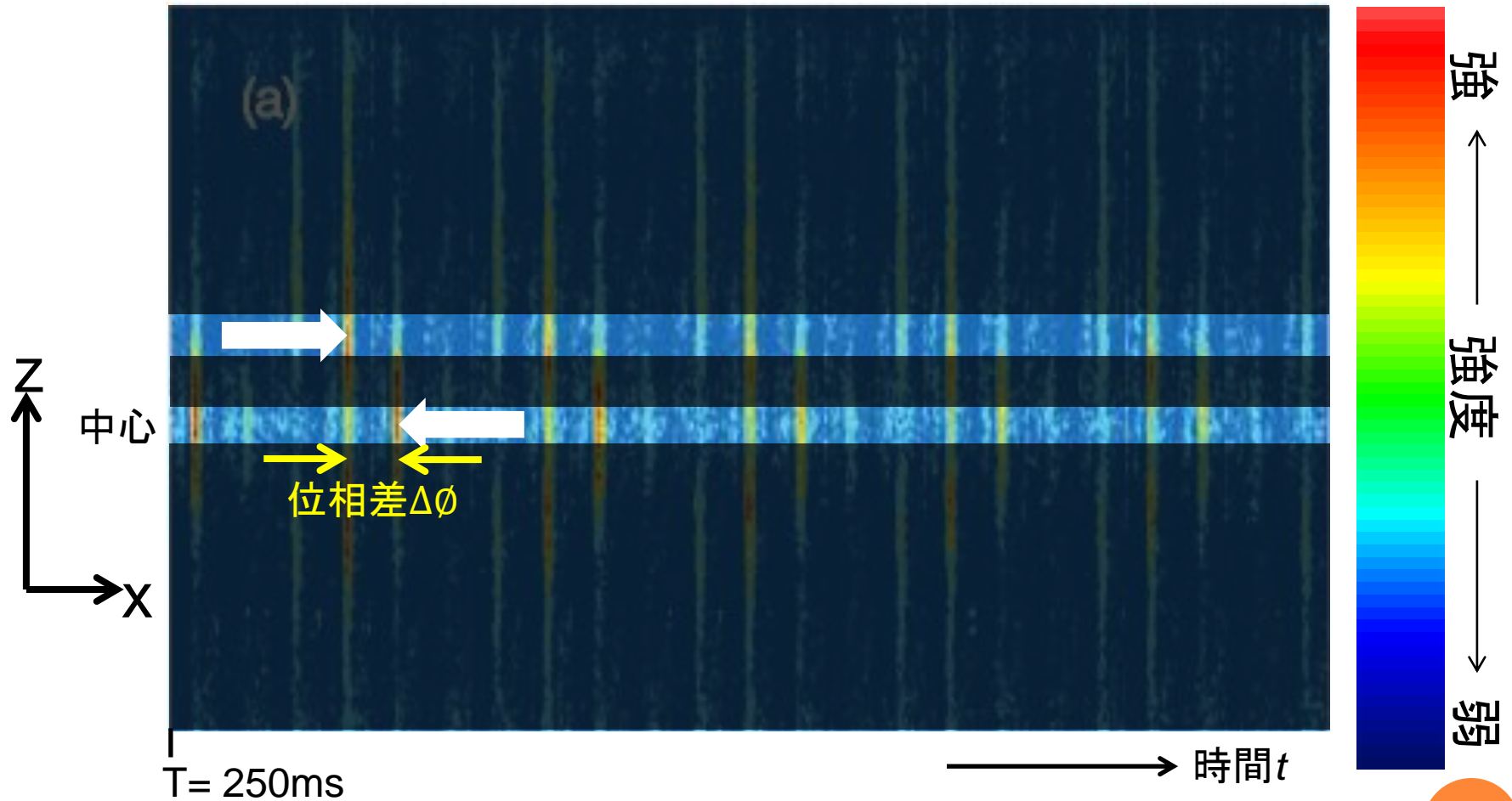


## ②実験操作の詳細 ~光トラップ中~



# 3-2実験結果(1)

(a) 局所磁場  $B_0$  がある時のCCD上における光の強度分布.



frame shifting time :  $71\mu\text{s}$   
測定時間  $t$  :  $1.6\text{ms}$   
Probe待ち時間  $T$  :  $250\text{ms}$



## 3-2実験結果(2)

ラーモア周波数の差を $\Delta\omega_L$ とする.

時刻 $T$ では, ずれた位置に対して  
中心は $\Delta\omega_L T$ だけ位相がずれる.

この位相のずれが, 画像での位相差 $\Delta\phi$   
の形で現れる.

$$\Delta\omega_L T = \Delta\phi$$

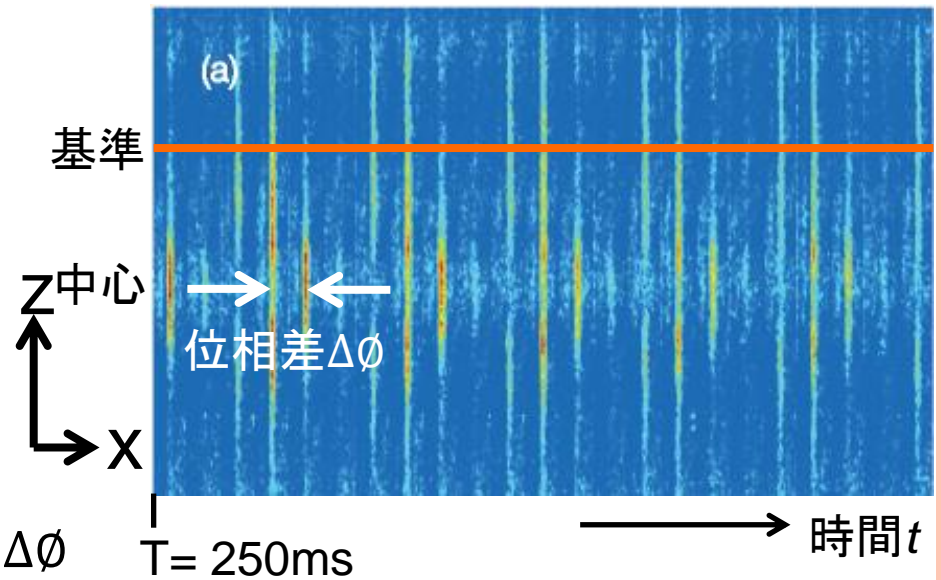
$$\omega_L = -\gamma B_0$$

2カ所のラーモア周波数の差 $\Delta\omega_L$ と磁場の相対値 $\Delta B_0$ の関係  $\Delta\omega_L = -\gamma\Delta B_0$ より

$$\Delta\phi = -\gamma T \Delta B_0 \quad (F=1 \text{ の場合 } \gamma < 0)$$

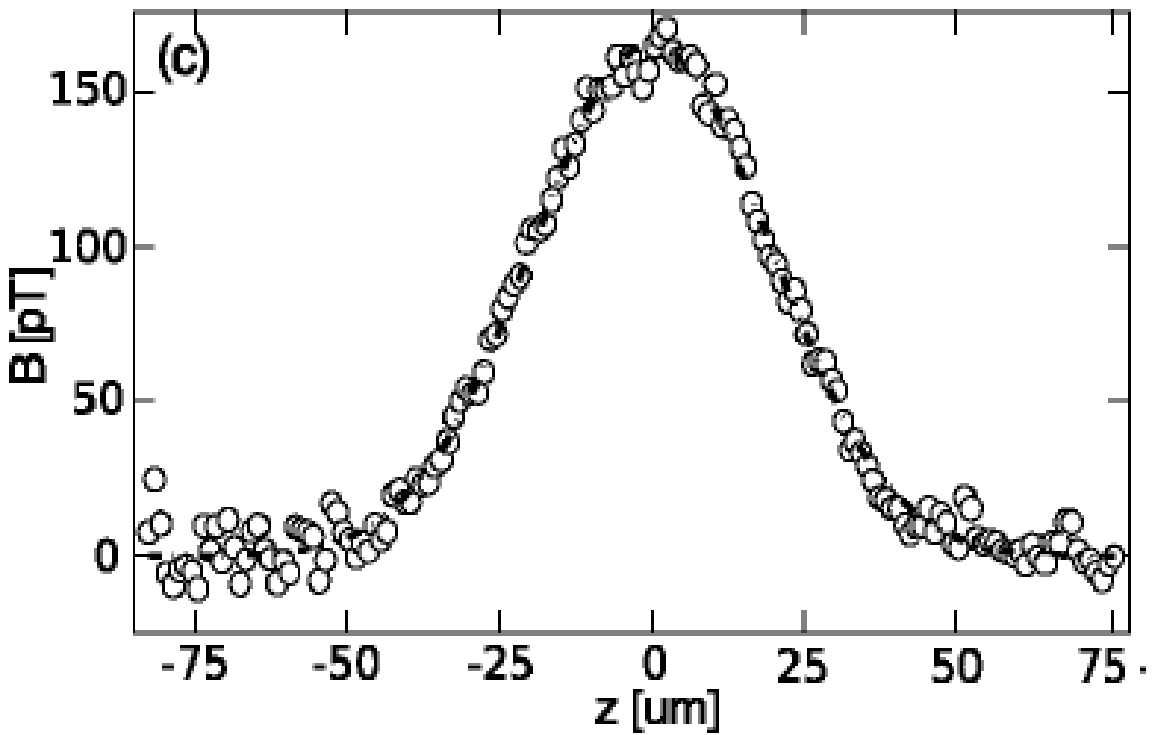
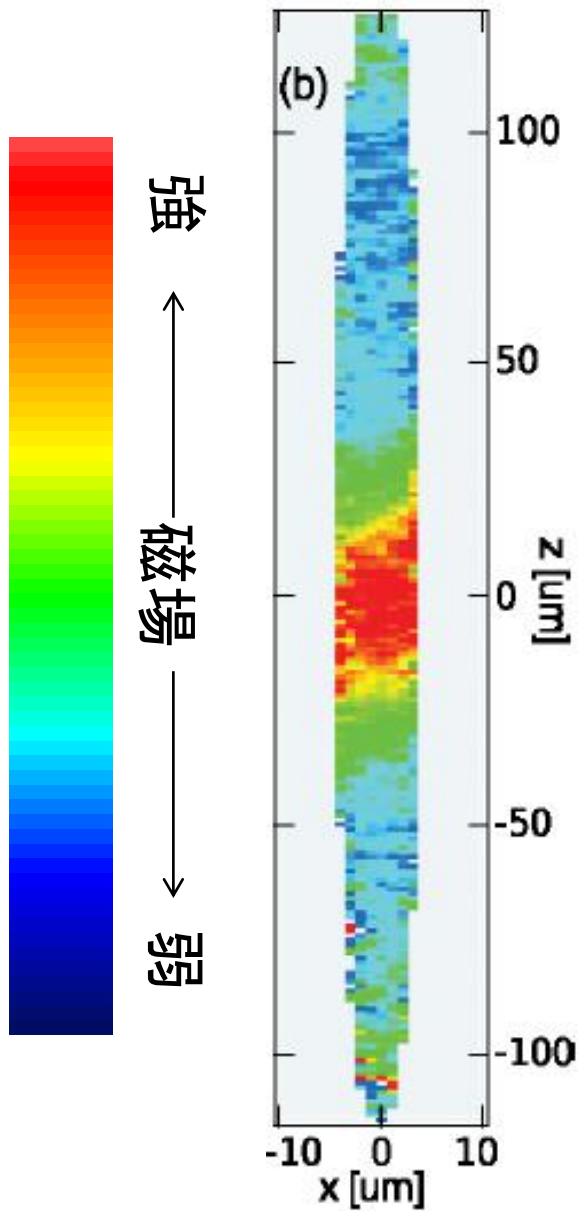
⇒位相差 $\Delta\phi$ を測定することで, 磁場の相対値 $\Delta B_0$ が分かる.

BECの中心から離れた位置を基準にとり,  
CCDのピクセル毎に位相差 $\Delta\phi$ を測定し, 磁場に換算.



# 3-2実験結果(3)

(b)磁場の2次元マップの結果.  
(c)磁場の1次元マップの結果.

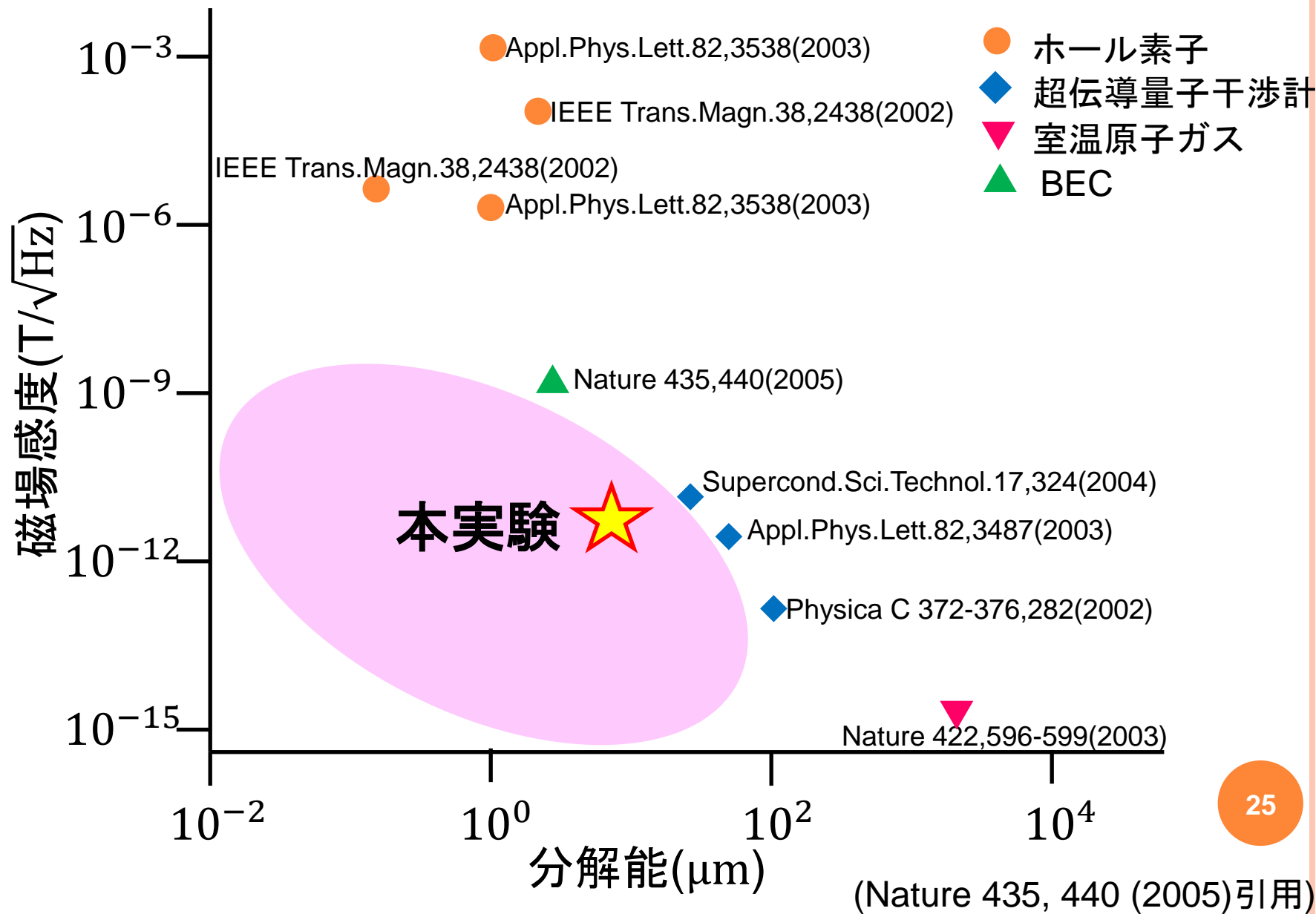


空間分解能 :  $120\mu\text{m}^2$   
磁場感度 :  $8.3\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$



# 3-3結論

分解能：11 $\mu\text{m}$ ，磁場感度：8.3pT $\sqrt{\text{Hz}}$



# 4.まとめ

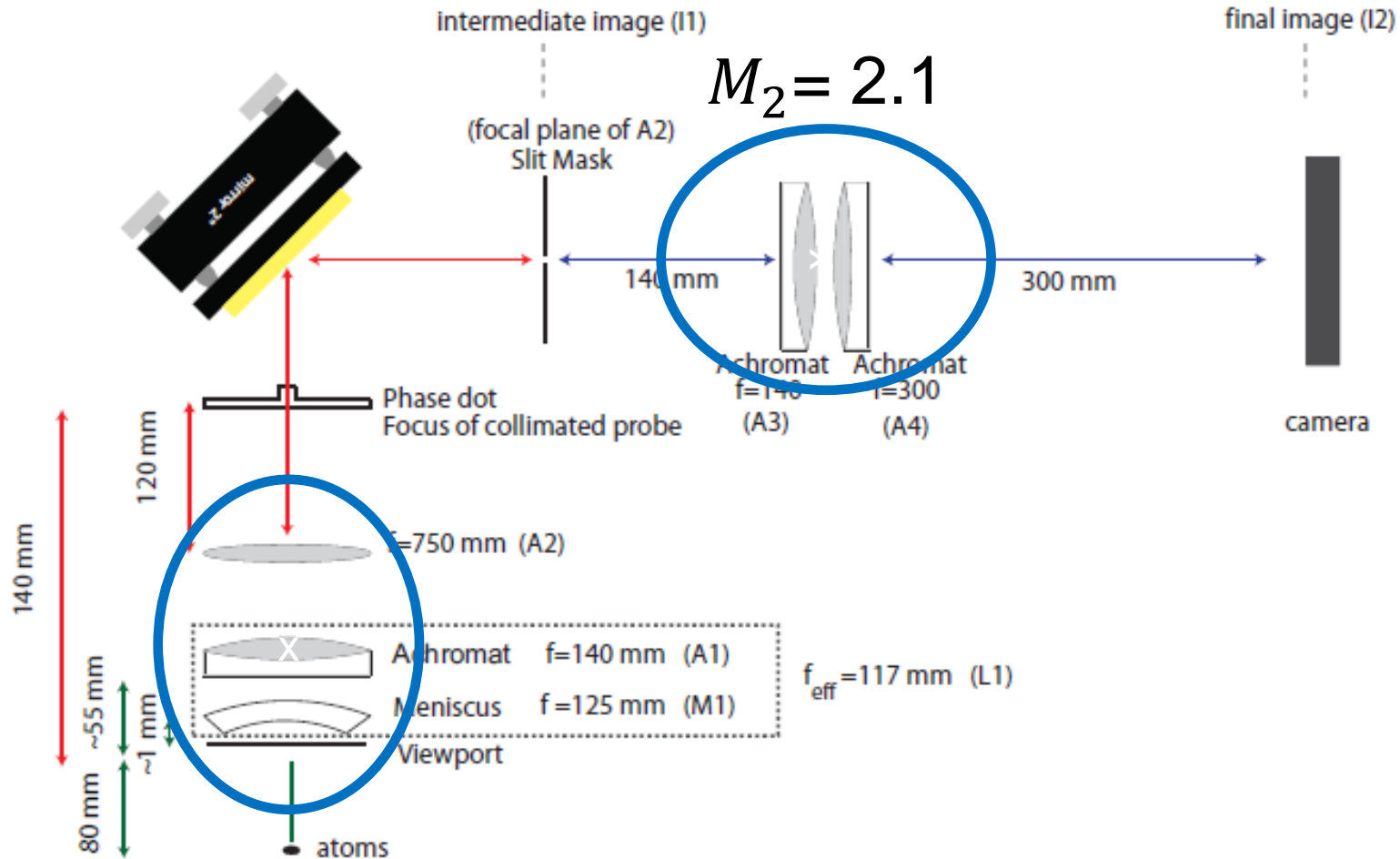
- ラーモア歳差運動を同一BECを用いて連続撮影することが可能.  
(Phase Contrast Imaging)
- $^{87}\text{Rb}$ ,  $F=1$ のスピンオールBECを用いて,  
分解能 $11\mu\text{m}$ , 磁場感度 $8.3\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ の磁力計を実現.

# 補足

27

# 〈光学系〉

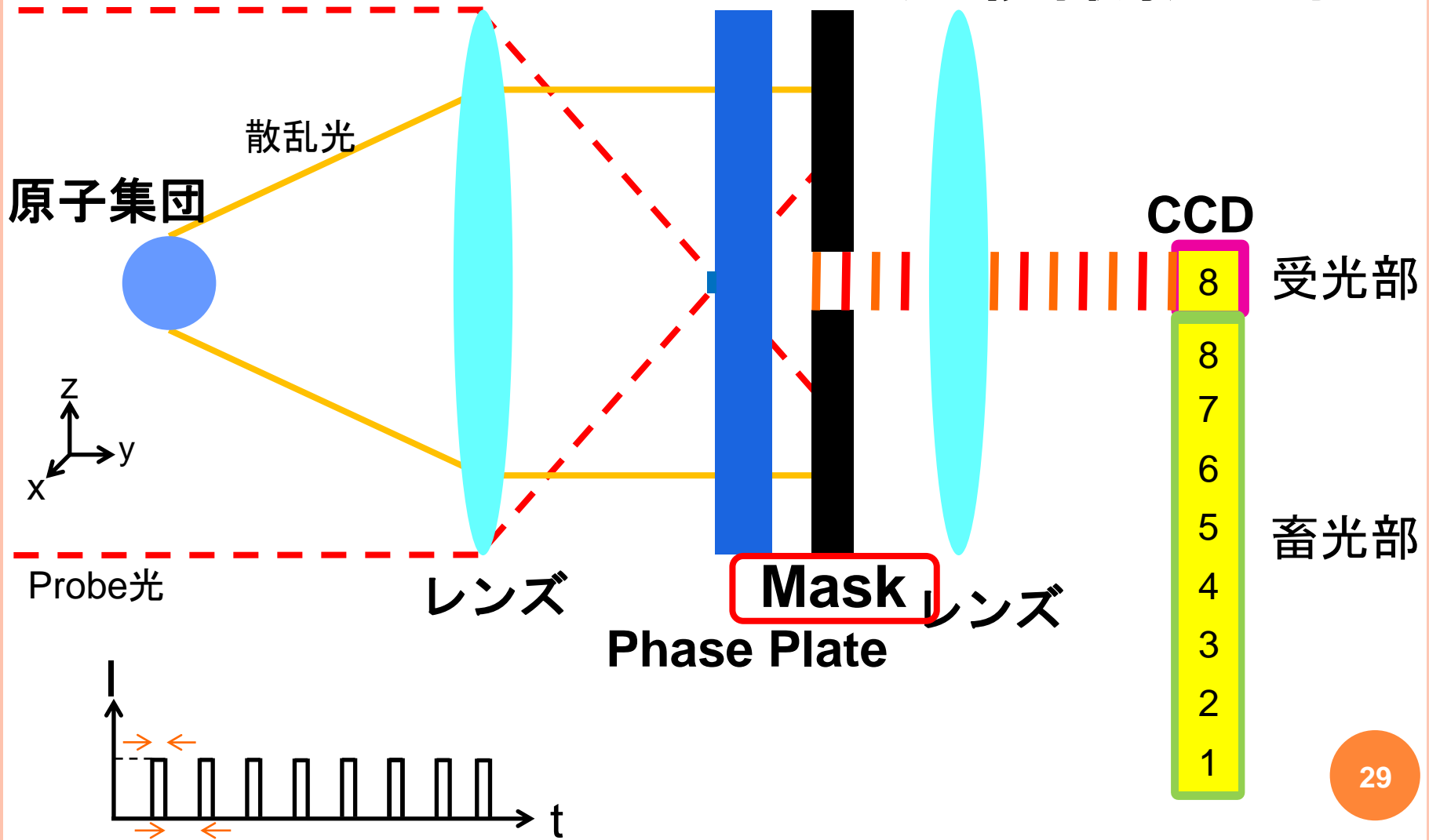
$$M = M_1 M_2 = 13.7$$



$$M_1 = 6.4$$

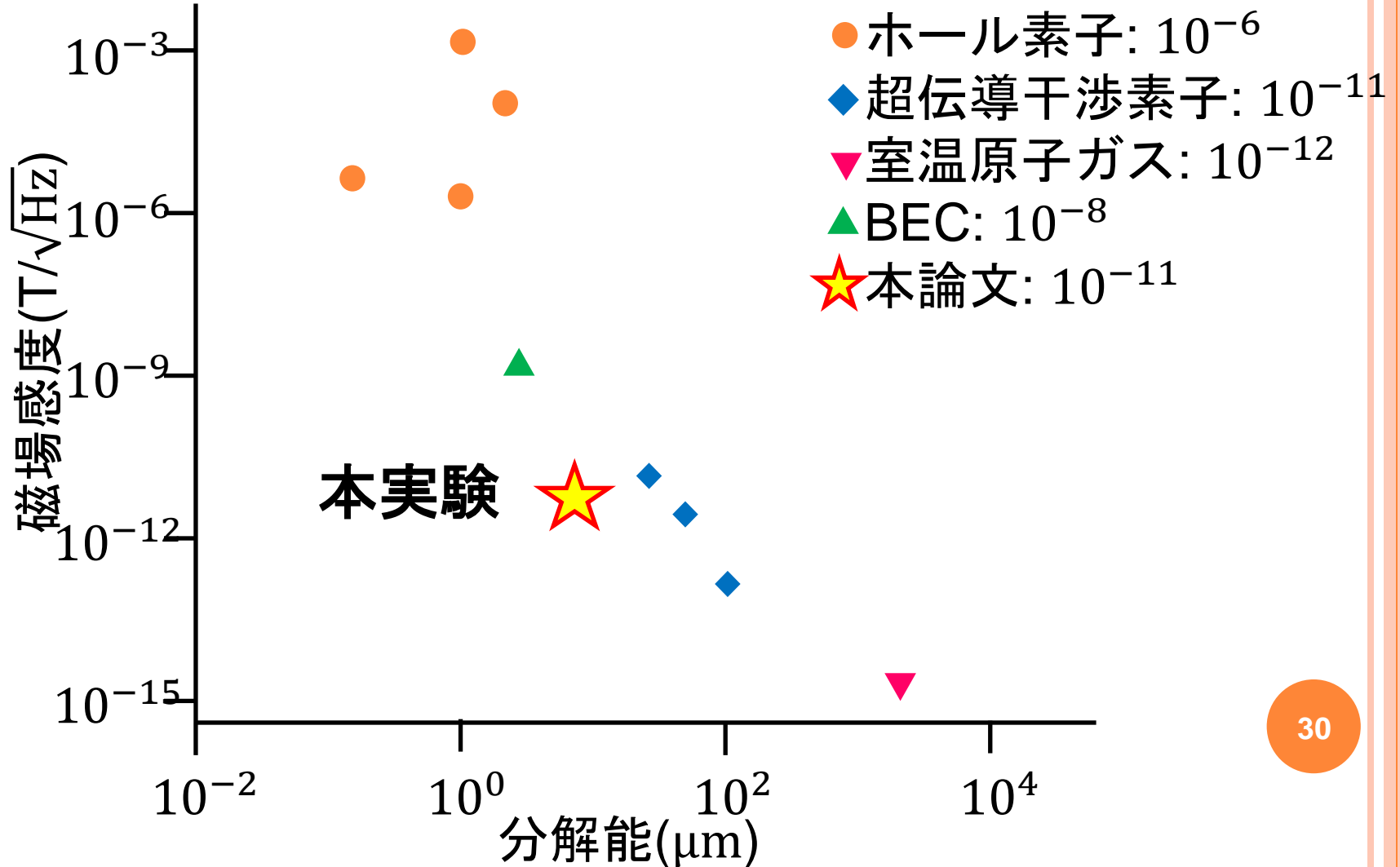
# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

~連続撮影の原理~



# <磁力計の比較>

$$\text{磁場感度 (T}/\sqrt{\text{Hz}}) \propto \frac{1}{\text{分解能 (}\mu\text{m)}}$$



# <磁力計>

- 磁気力顕微鏡：小さな棒磁石と試料の作る磁場との磁気的作用によるキャンチレバー振動の位相変化によって、磁場勾配を画像化する磁力計。
- ホール素子：ホール効果を利用した磁気センサ。
- 超伝導量子干渉計：ジョセフソン効果を利用して磁場変化を測定する磁気センサ。
- 室温原子ガス：

# <磁気モーメント $\mu(t)$ >

- 磁気モーメント  $\mu(t) = g_F \mu_B m_F$
- 原子の全角運動量の  $g$  因子  $g_F = \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}$
- $J = L + S$  ( $L$ : 軌道角運動量,  $S$ : スピン角運動量)  
 $F = J + I$  ( $F$ : 全角運動量)
- $^{87}\text{Rb}, F=1$  の原子  $\dots S = -1/2, L = 0, I = 2/3$   
 $\Rightarrow g_F = -1/2$



# <電気感受率・比誘電率・屈折率・吸収率について>

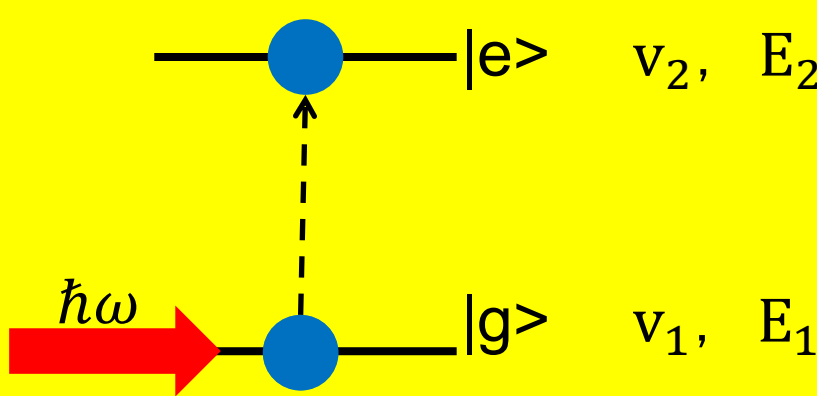
# ＜角運動量の合成＞

# < BEC ・ 光トラップの詳細データ >

- BEC原子数:  $1.4 \times 10^6$ 個  
大きさ:  $r_x = 5.2 \mu\text{m}$ ,  $r_y = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $r_z = 196 \mu\text{m}$
- 光トラップ  
トラップ周波数:  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (165, 440, 4.4) \text{Hz}$   
波長: 830nm  
強度:

# BECが磁場測定に適している理由

① ドップラー拡がりを無視できるから.

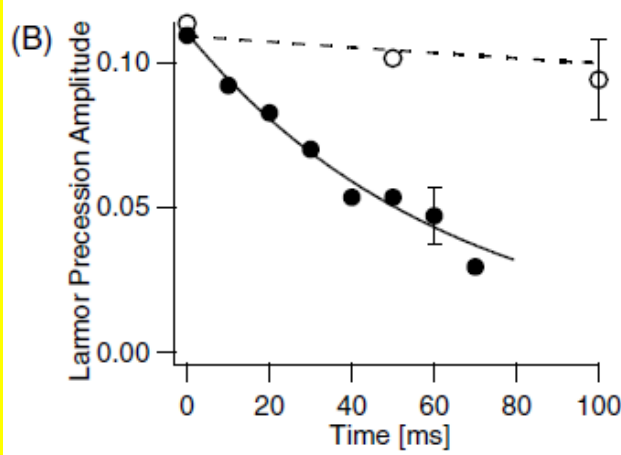
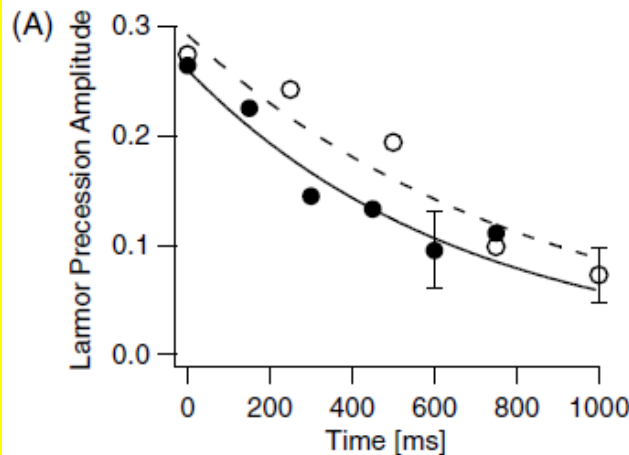


$\omega$ :  $v_1$ で動いている原子が共鳴する光の周波数.

$\omega_0$ : 静止している原子が共鳴する光の周波数.

$$\omega \cong \omega_0 \left( 1 + \frac{v_1}{c} \right)$$

② コヒーレンス $\tau$ 時間が長いから.



(A) BEC

(B) 熱雲

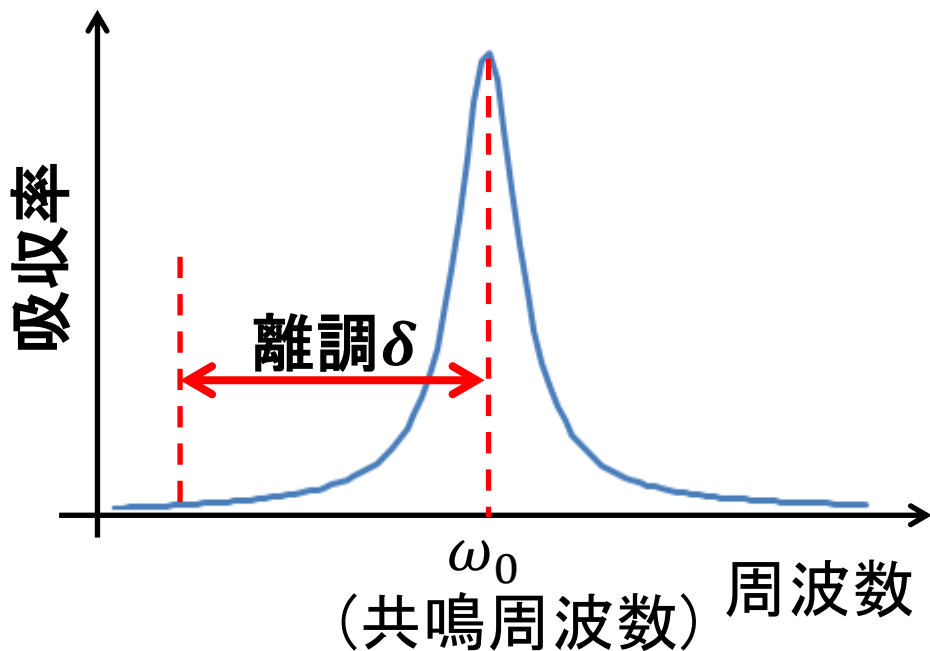
● tip and hold

○ hold and tip

# <光トラップ(1)>

⇒レーザーが原子に与える”双極子力”を利用して、ポテンシャルの低い位置に原子をトラップする。

●使用するレーザーについて。



共鳴周波数 $\omega_0$ に近いレーザーを使う。



原子はレーザーからエネルギーを吸収する。



冷えた原子であるBECは加熱されて壊れてしまう。



離調 $\delta$ を大きくとった非共鳴レーザーを使う。

# <光トラップ(2)>

原子が感じるポテンシャルU

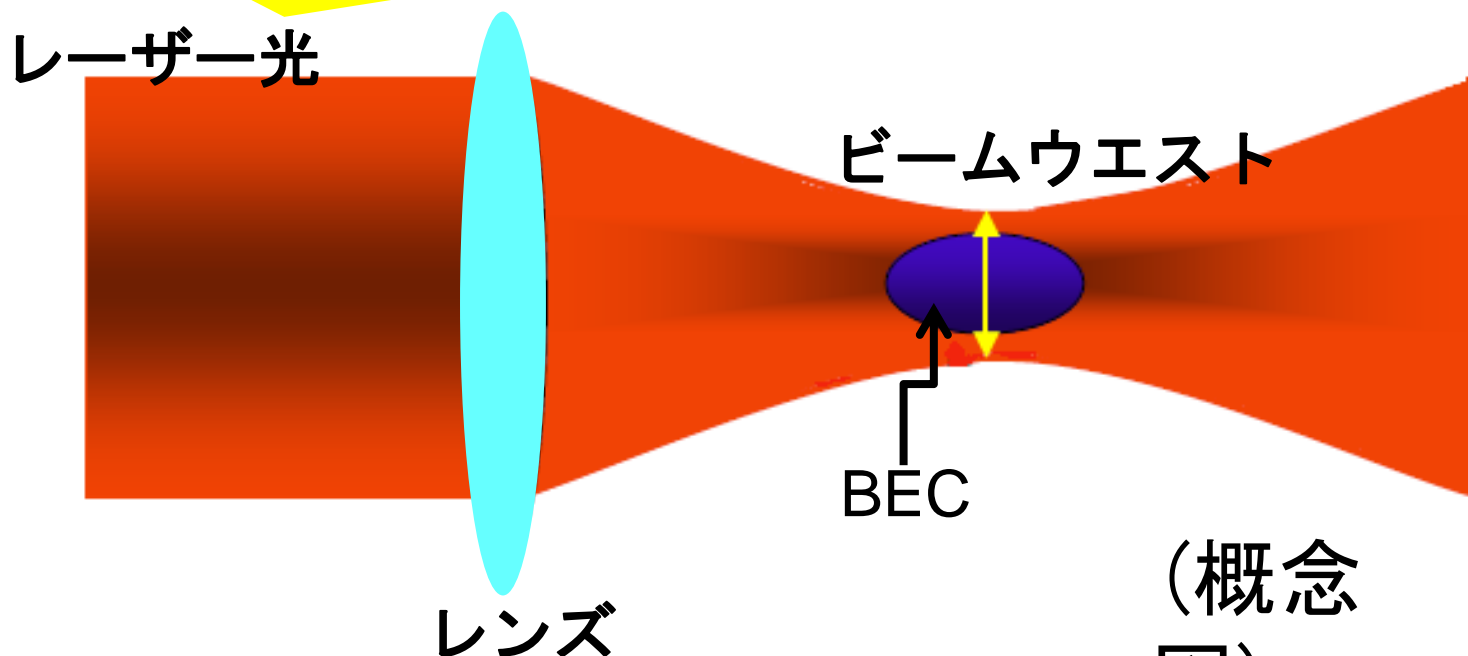
$$U \propto - \frac{I(r)}{\delta}$$

$I(r)$  : レーザー強度

⇒ ガウス型レーザー.

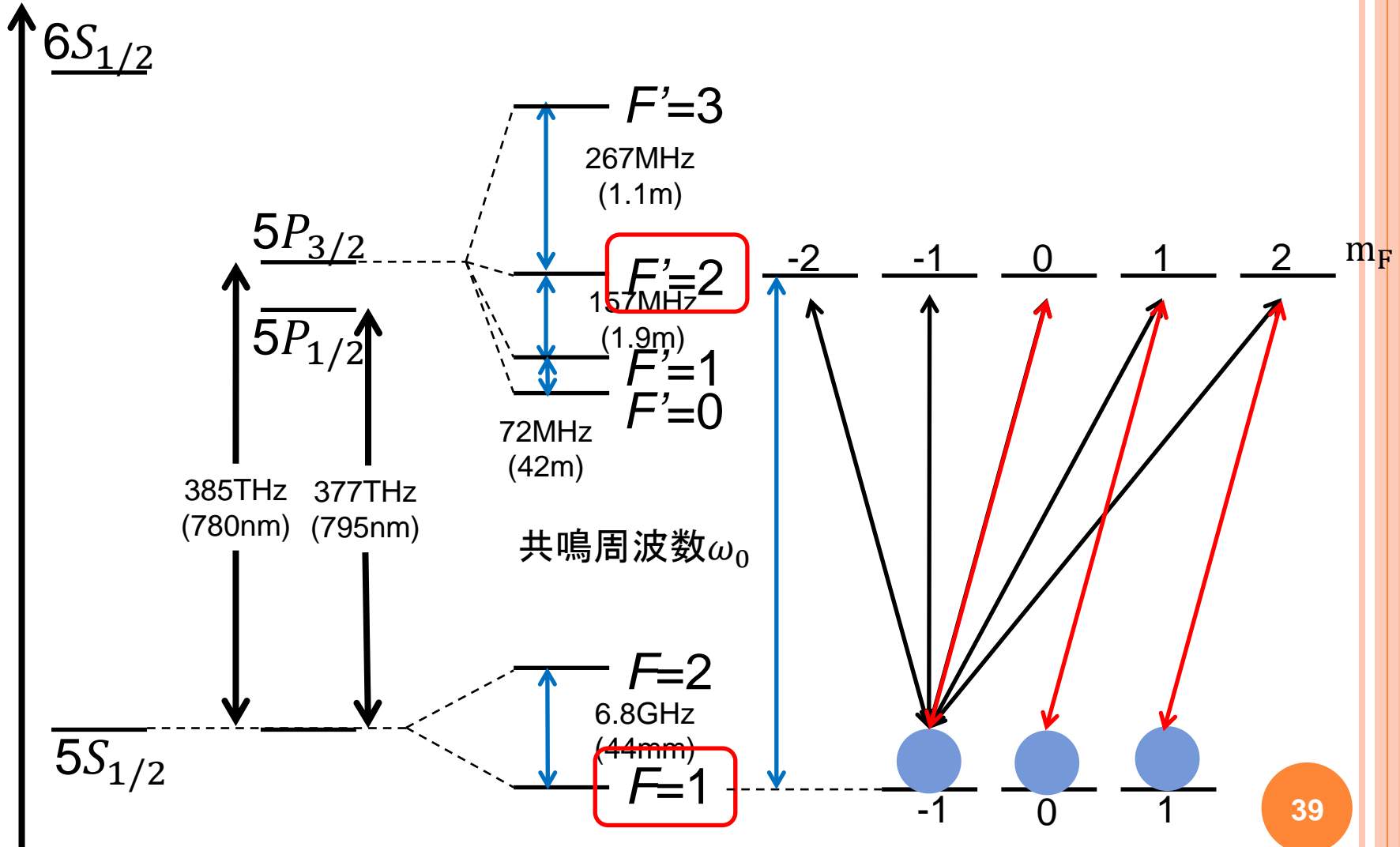
中心付近の強度が大きいので、  
原子をトラップするのに適している

ガウス型, 共鳴周波数からの離調 $\delta$ の大きいレーザー.



# 2-1 予備知識～<sup>87</sup>Rbのエネルギー構造

周波数



ボア模型 微細構造

超微細構造

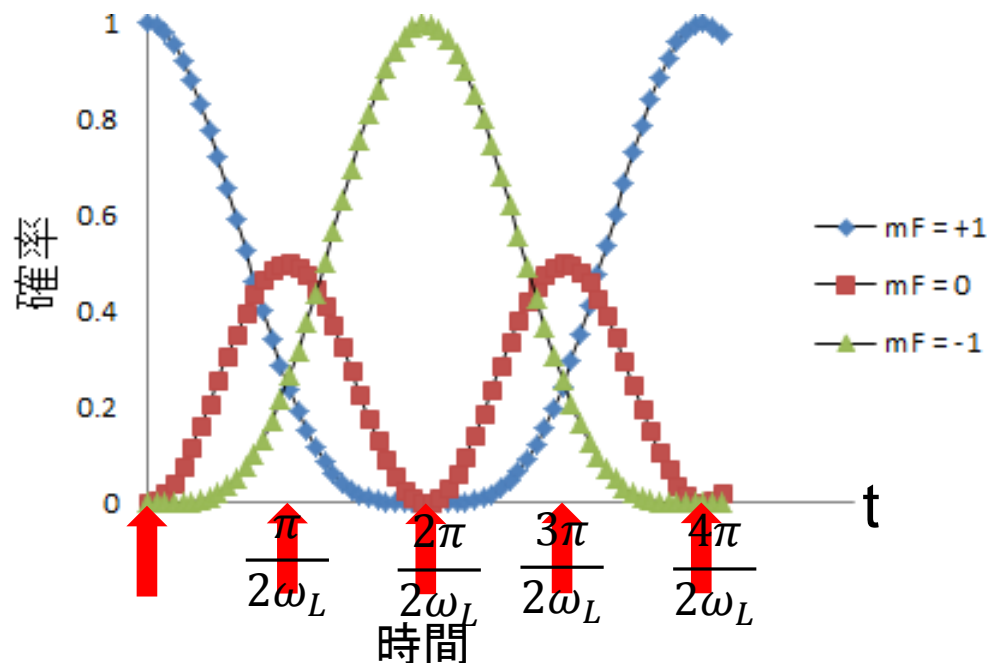
磁気副準位  $m_F$

# 2-1 ラーモア歳差運動 (2)

● 本論文では,  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F=1$ ,  $m_F=1, 0, -1$ を用いる.

磁気モーメント  $\mu(t)$  は,  $\mu(t) \propto -\mu_B m_F(t)$

⇒ 磁気副準位の歳差運動とみることができる.

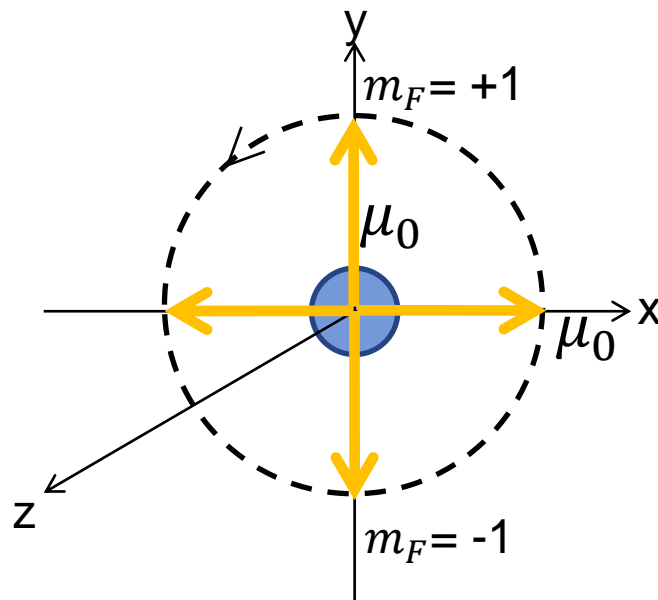


存在確率  $P_{m_F}(t)$

$$P_{+1}(t) = \frac{1}{4} (1 + \cos \omega_L t)^2$$

$$P_0(t) = \frac{1}{2} \sin^2 \omega_L t$$

$$P_{-1}(t) = \frac{1}{4} (1 - \cos \omega_L t)^2$$



ラーモア周波数  $\omega_L$  を, BECの時間発展から求める.

↓  
共鳴光を使う吸収Imagingを行うと, BECの時間発展を測定できない.

↓  
非共鳴光を使う, 非破壊測定が必要.

**(Phase Contrast Imaging)**



# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

～なぜ $\pi/2$ 遅らせるのか～

Phase Plate, 原子集団によって通過する光はロスしないと仮定.

CCD上での電場の複素振幅 $E(x, z)$

$$E(x, z) = Ce^{i\alpha} + C(e^{i\phi(x,z)} - 1)$$

C: 定数.

$\alpha$ : Phase PlateによるProbe光の位相の遅れ.

$\phi(x, z)$ : 原子集団による散乱光の位相の遅れ.

CCD上での光の強度 $I(x, z)$

$$n(\omega) \approx \sqrt{1 + \chi(\omega)}$$
$$\chi(\omega) \propto N$$

散乱光

$$|e^{i\phi(x,z)} - 1|^2$$

$$= |C|^2 [1 + 2\{1 - \cos\alpha - \cos\phi(x, z) + \cos[\alpha - \phi(x, z)]\}]$$

$\phi(x, z) \ll 1$ なので,

$$\cos[\alpha - \phi(x, z)] \approx \cos\alpha + \phi(x, z)\sin\alpha$$

$$\cos\alpha \approx 1$$

と近似する. よって,

$$I(x, z) \approx |C|^2 (1 + 2\phi(x, z)\sin\alpha)$$

$\alpha = \pi/2$ の時, CCD上での光の強度が最大になる.  
Probe光の位相の遅れが $\pi/2$ になるようにPhase Plateを設定する.

# 2-2Phase Contrast Imagingの原理

CCD上での光の強度 $I(x, z)$

$$I(x, z) \approx |C|^2 (1 + 2\phi(x, z))$$

$$n(\omega) \propto f_{m_F}$$

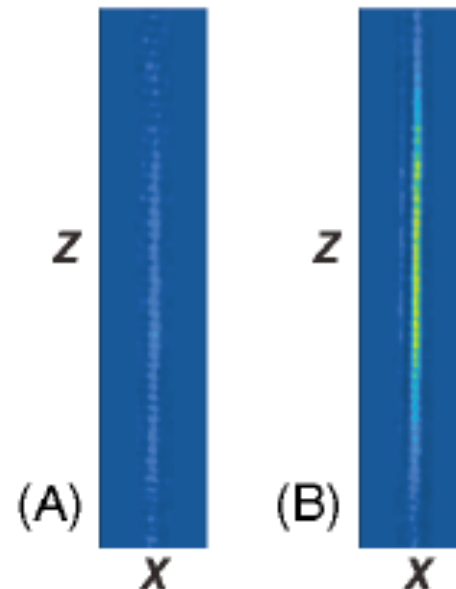
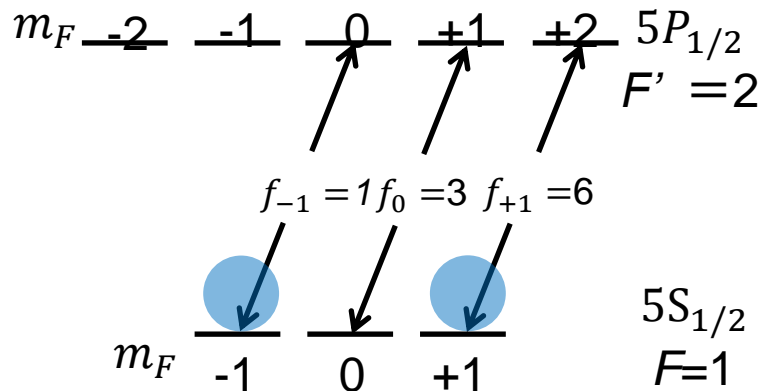
原子集団の屈折率 $n(\omega)$ によって決まる。

$$\alpha = \pi/2$$

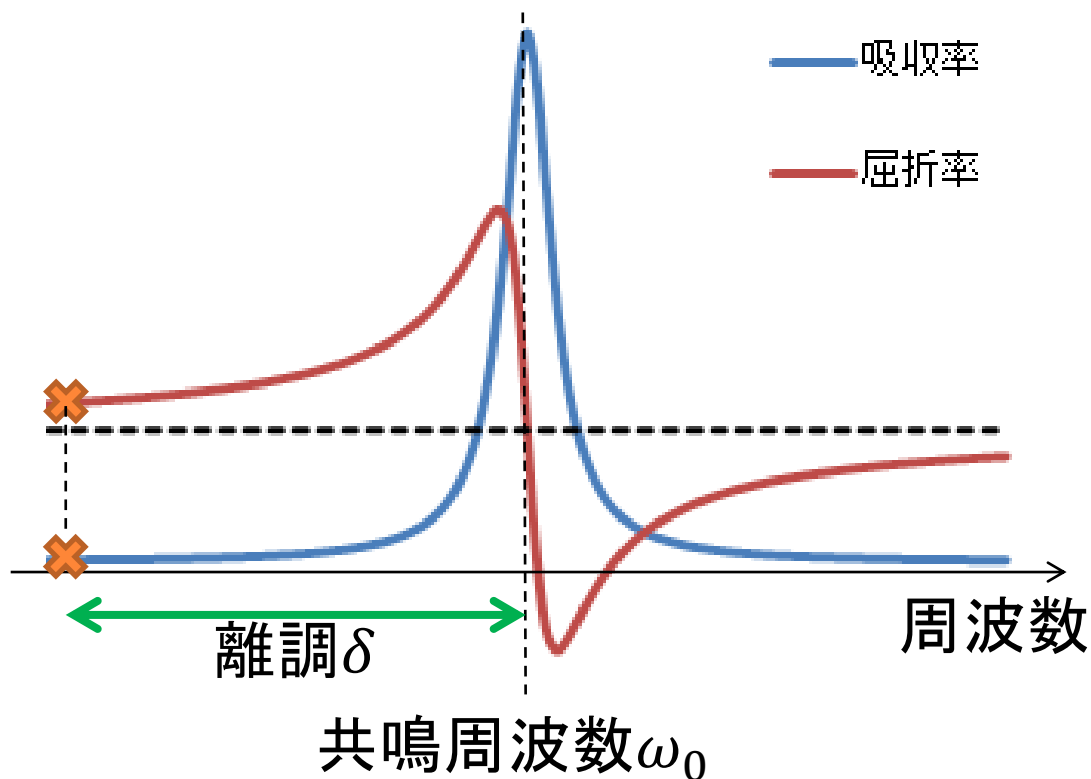
$\phi(x, z)$ : 原子集団による散乱光の位相の遅れ。

遷移強度 $f_{m_F}$ によって、原子集団の位相の遅れ $\phi(x, z)$ が決まる。

遷移強度 $f_{m_F}$ の比率によって、光の強度 $I(x, z)$ の比率が決まる。



# 2-1原子の吸収率と屈折率(1)



非破壊測定には、  
非共鳴光が必要.



共鳴から大きく離調を  
とった光は、非共鳴光  
とみなせる.



原子集団の屈折率

$$n_{atom} > 1$$



原子集団を通過する  
光は、位相が遅れる.

# 2-1 原子の吸収率と屈折率(2)

$$n(\omega) \approx \sqrt{1 + \chi(\omega)}$$

$$\chi(\omega) \propto N f_{m_F}$$

$$(m_F = -1, 0, +1)$$

$n(\omega)$  : 原子の屈折率

$\chi(\omega)$  : 電気感受率

$f_{m_F}$  : 遷移強度の比

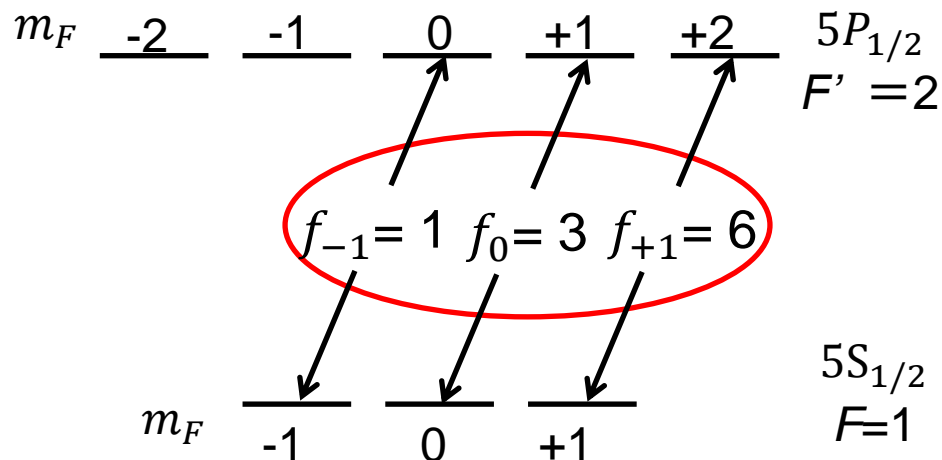
$N$  : 原子の密度.

$\omega = \omega_0 - \delta$  に固定

遷移強度  $f_{m_F}$  によって, 屈折率  $n(\omega)$  が決ま

る  
 ↓  
 屈折率  $n(\omega)$  によって,  
 原子を通過した光の位相の遅れ方が決まる.

もし, 実験で位相の遅れが測定できれば,  
 歳差運動をみることができる.



## 3-2実験結果 (3)

磁場感度  $\delta B$

$$\delta B \propto \left( \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}A}} \right)$$

単位 : T/ $\sqrt{\text{Hz}}$

$t$ : Probe光照射時間 (単位 : s)

$\tilde{n}$ : 柱密度 (定数) (単位 :  $\text{m}^{-2}$ )

$A$  : 測定面積 (分解能) (単位 :  $\text{m}^2$ )

磁場感度を良くするためには,  
 $t, A$ を大きくすればよい.



- $t$ が長いと, 原子数のロスが多くなる.
- $A$ が大きいと, 分解能が悪くなる.

# 3-2実験結果(4)

磁場感度  $\delta B$

$$\delta B \propto \left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{n}A}}\right)$$

原子数

原子数の多いところは磁場感度が良い。

↓  
BECの中心は密度が高い。

↓  
BECの中心に局所磁場が  
当たるように調整している。  
BECの中心 = 磁場の強いところ

空間分解能 :  $120\mu\text{m}^2$   
磁場感度 :  $8.3\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$

